

Ein Vorschlag zum Pyramidenbau

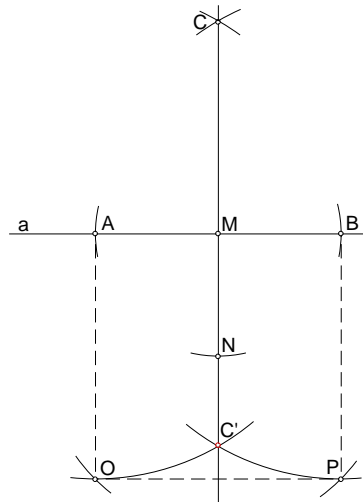
Der erste Entscheid beim Bau einer Pyramide war wohl die Wahl des Standorts. Es war sicher nicht so, dass der König willkürlich auf einen Ort gezeigt hat, an welchem er seine Pyramide gebaut haben wollte. Für diese Wahl musste er seine Spezialisten hinzuziehen, welche den gewünschten Standort auf seine Eignung prüften. Der Untergrund musste so beschaffen sein, dass man die Basisschicht auf massiven Fels aufsetzen konnte, ohne vorher schon Unmassen von Material bewegen zu müssen. Bei der Cheopspyramide hat man z.B. einen Felskern von über 7 m Höhe stehen lassen, den man sicher oben abgeflacht hat. Ausserdem mussten die Zuwege für den Antransport der Steine so wenig Steigung wie möglich aufweisen, denn man würde im Laufe des Baus noch genügend Probleme mit den Steigungen bekommen. Und schlussendlich sollte man das Baumaterial, wenigstens die grosse Masse desselben ganz in der Nähe gewinnen können. In Giseh waren die Steinbrüche für das Kernmaterial auf dem Plateau selbst und die weissen Verkleidungssteine wurden am anderen Ufer des Nils gebrochen und konnten mit Flössen über den Fluss transportiert werden. Den Luxus, die relativ wenigen, aber umso schwereren Brocken rosa Granit aus Assuan zu beziehen, konnte man sich leisten. Das Gebiet von Giseh war damals ein wüstenartiges, felsiges Vorgebirge, wobei der Grund mit Ablagerungen nummulitischer Formationen und herbeigewehtem Sand bedeckt war.

Wenn das Einebnen des Terrains und eine allfällige Bearbeitung des felsigen Untergrunds beendet war, konnten die sehr anspruchsvollen und dementsprechend aufwendigen Vermessungsarbeiten vorgenommen werden. Wie die Vermessungsspezialisten (Harpetonapten, d.h. Seilspanner) die Ausrichtung nach den Himmelsrichtungen und die fast perfekte Vermessung des Basisquadrats vorgenommen haben, wird wohl immer ein Geheimnis bleiben. Eine Beschreibung des Vermessungsvorgangs im alten Reich wurde nie gefunden. Eine Inschrift aber, welche die Gründung des Tempels von Abydos durch Sethos I beschreibt, lässt Safech, die Göttin der Grundsteinlegung und Bibliotheken zum König sprechen: "Der Schlägel in meiner Hand war von Gold, als ich schlug den Pflöck mit ihm und du warst bei mir in deiner Eigenschaft als Harpetonapt."

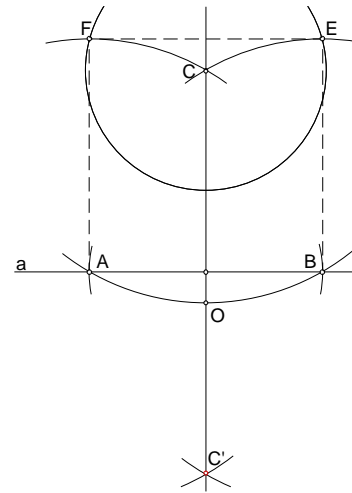
Einen ähnlichen Vorgang beschreibt Cantor¹ nach einer Inschrift am Tempel des Horus in Edfu um 237 v. Chr. Cantor hält es durchaus für möglich, dass solche Verfahren, also die Handhabung von Pflöcken und Seilen schon im frühen alten Reich angewandt wurden. Wie auch immer sie es gemacht haben, verstanden haben sie ihr Handwerk jedenfalls, denn die Präzision der Basisquadrate und die Ausrichtung nach den Himmelsrichtungen wäre auch heutzutage nur mit Hilfe moderner Instrumente zu erreichen. Ueber die geometrischen Möglichkeiten so genaue Vermessungen vorzunehmen, kann nur spekuliert werden, denn in keiner Inschrift und in keinem Papyrus wird die Methode der Vermessung erläutert. Fast als sicher kann angenommen werden, dass die Aegypter das rechtwinklige Dreieck mit den Seitenproportionen 3/4/5 kannten. Aber mit dieser Kenntnis allein sind die beinahe perfekten rechten Winkel an der Basis der Cheopspyramide nicht zu erklären. Um mit Seil und Pflöck rechte Winkel, resp. Quadrate zu konstruieren, war die Fantasie und die Routine der Vermesser gefragt, denn es gibt natürlich jede Menge von Möglichkeiten. Vermutlich war es auch so, dass jeder Pyramidenbauer es als Sache seiner Ehre betrachtete, ein möglichst gutes Verfahren zu erfinden und anzuwenden. Ohne Anspruch auf Autenzität seien hier zwei Möglichkeiten einer Quadratkonstruktion gezeigt:

Auf der Geraden a, welche einer Pyramidenkante entspricht, soll im Punkt M ein rechter Winkel konstruiert werden. Dazu werden mittels Pflöck und Schnur die beiden Punkte A und B auf a mit gleichen Abständen von M abgetragen. Der Abstand von A zu B richtet sich nach den Längen der zur Verfü-

gung stehenden Schnüren. Im Prinzip gilt: je Grösser die Distanz, desto besser die Genauigkeit. Dabei ist aber auch die Dehnung der Schnüre zu berücksichtigen. Sind die Punkte A und B festgelegt, so wird von A und von B aus die Strecke AB mit Pflöck und Schnur so abgetragen, dass sich die Schnittpunkte C und C' ergeben.. Die Verbindungsgerade von C und C' steht zu AB im rechten Winkel. Bei kleineren Pyramiden, könnte die Strecke AB als Seitenlänge angenommen werden und in der Folge das ganze Basisquadrat der Pyramide konstruiert werden, indem man den Radius MA (MB) auf CC' abträgt und danach um N einen Kreis mit dem Radius $r = NA$ (NB) schlägt.



Figur 1



Figur 2

Um direkt ein Quadrat zu erhalten, ist die folgende Methode noch besser (vgl Figur 2)

Gegeben sei die Strecke AB als Seite des Basisquadrats. Man konstruiere die Mittelsenkrechte CC' wie in Figur 1. Dann schlage man von C aus die Strecke CB auf CC'. Man erhält den Schnittpunkt O. Zuletzt nimmt man OB (OA) in den Zirkel und schlägt diesen Kreis um C. Die Schnittpunkte E und F ergeben zusammen mit A und B das gesuchte Quadrat. Durch die Steilheit der Schnittpunkte erlaubt diese Methoden eine hohe Genauigkeit.

Mit solchen „Schnur-Pflöckspielen“ mögen die Pyramidenbauer ihre rechten Winkel und Quadrate angelegt haben und sie haben dabei das eigentliche Ziel, nämlich grosse Genauigkeit nicht verfehlt

Auf die astronomischen Vermessungen der Pyramiden, d.h. vor allem ihre Ausrichtung nach den Himmelsrichtungen soll hier nicht näher eingegangen werden. Dass sie auch in dieser Hinsicht ihre Ziele nicht verfehlt haben, weist darauf hin, dass sie über wirksame Methoden zur Anvisierung der Sonne und der Sterne verfügten. Goyon² beschreibt ein Winkelmessgerät (Merchet), welches aus einem Visierholz mit Senklot und einem grossen Ring aus Holz oder Metall mit einer Gradeinteilung besteht

Eine weitere wichtige Vorarbeit war die Festlegung des Basiswinkels. Die Untersuchungen von Petrie³ und Borchardt⁴ lassen darauf schliessen, dass die Ägypter die Proportionen von Basis und Höhe des Profildreiecks in ganzzahligen Verhältnissen ihrer kleinsten Messeinheit, dem Finger, bevorzugten.

Die ägyptischen Masseinheiten: 1 Elle (52.35 cm) = 7 Handbreiten
1 Handbreiten = 4 Finger

Die im Papyrus Rhind⁵ angeführten Aufgaben 56 – 60 bestätigen diese Theorie, obwohl der Papyrus aus einer ca. 1000 Jahre späteren Epoche stammt. Diverse Autoren sind aber überzeugt, dass die Berechnungen, wie sie im Papyrus Rhind erläutert werden, schon viel früher bekannt waren, ja sogar aus der Zeit des grossen Pyramidenbaus in der 3. und 4. Dynastie stammen. Die Berechnung des Basiswinkels bestand darin, dass man das Profildreieck mit einer Höhe von einer Elle, resp. 28 Fingern annahm und den Rücksprung, also die eigentliche Basis des Dreiecks mit einem ganzzahligen Mass dieses Systems berechnete. Die Proportion ist im Prinzip nichts anderes als der Kotangens des Basisdreiecks. Da die Höhe mit einer Elle stets angenommen wurde, brauchte man zur Festlegung des Winkels nur noch die Zahl des Rücksprungs anzugeben.

Diese Zahl wurde „Seched“ genannt. In Aufgabe 57 des Papyrus Rhind wird die Höhe der Pyramide gesucht, wenn die Pyramidenbasis 140 Ellen und der Seched 5 Handbreiten und 1 Finger beträgt. Heute würden wir die gesuchte Höhe mit der Gleichung

$$70 : x = 5.25 : 7$$

Löst man die Gleichung nach x auf, so erhält man als Höhe 93.333... Ellen. Interessant daran ist, dass dieses Mass für die Höhe überhaupt nicht ins ägyptische Masssystem zu integrieren ist. Noch interessanter ist aber, dass das aus dem Seched 5.25 hervorgehende Dreieck das allbekannte pythagoreische Dreieck 3/4/5 ergibt, welches auch das „ögyptische Dreieck“ genannt wird. Dieser Seched, nach welchem mit Sicherheit die Chefranpyramide⁶ gebaut wurde, kommt im Papyrus insgesamt dreimal vor.

Die Cheopspyramide konstruierte man mit dem Seched 5.5 Handbreiten, was von Petrie⁷ und Borchardt⁸ bestätigt wird. Dadurch gelangte man zu einem Profildreieck, welches zu endlosen Kontroversen geführt hat. Einerseits steht seine kleine Kathete zur Hypotenuse nahezu im Goldenen Schnitt und andererseits kommt das Vierfache des Kotangens des Basiswinkels der Ludolfschen Zahl sehr nahe.

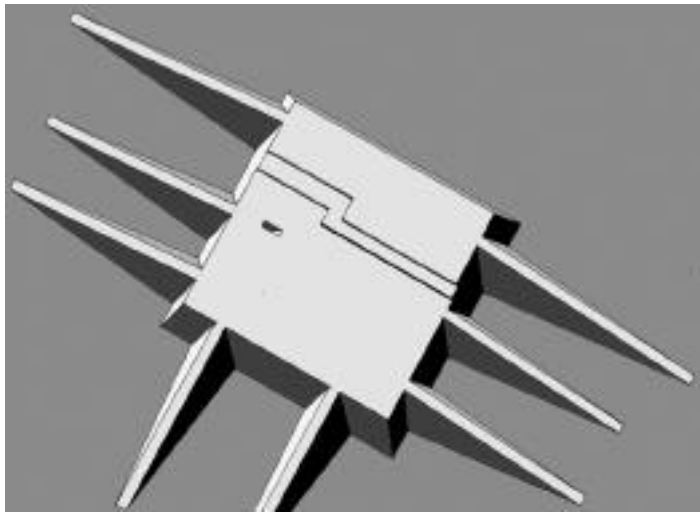
Andere Planungsarbeiten betrafen die Logistik des ganzen Vorhabens. Herodot sprach von 100'000 Menschen, die am Pyramidenbau beschäftigt waren, was wohl etwas zu hoch gegriffen war. Doch auch wenn wir die Zahl halbieren oder dritteln, so stellt die Verpflegung, Unterkunft u.a.m. an die verantwortlichen Leute äusserst hohe Ansprüche.

Nach all diesen Planungs- und Vorbereitungsarbeiten konnte endlich mit dem eigentlichen Bau der Pyramide begonnen werden. In dieser Studie gehen wir davon aus, dass beim Aufbau des untersten Teils der Pyramide, dort also wo gewaltige Mengen von Material verbaut werden mussten, das Material von mindestens drei Seiten her antransportiert wurde und über eine ganze Anzahl von senkrecht zur Pyramidenenseite stehenden und mitwachsenden Rampen herauf gezogen wurde⁹. Vermutlich wurde in dieser Phase die äussere Verkleidung mitgebaut, obwohl die Vermessung der Kanten und Fluchten äusserst schwierig gewesen sein dürfte. Das Anbringen der Verkleidung nach dem Abbruch der zahlreichen senkrecht zur Pyramide stehenden kleinen Rampen hätte den Aufbau neuer aussenliegender Rampen erfordert und ausserdem hätte dazu die weiter hinten beschriebene leistungsfähige Tan-

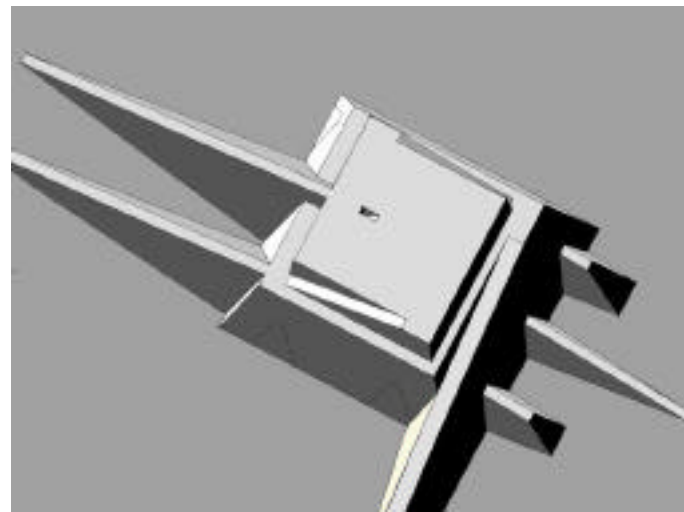
gentialrampe ebenfalls abgebrochen werden müssen, welche später auch noch als Fundament für die zickzackförmigen Verkleidungsrampen benutzt wurde. Es ist auch anzunehmen, dass die äusseren Verkleidungssteine roh belassen wurden, um den aufsitzenden Rampen besseren Halt zu bieten. Erst ganz am Schluss nach Abbruch aller Rampen wurden diese Steine geglättet und damit waren auch noch kleine Korrekturen der Kanten und Fluchten möglich.

An Hand der Cheopspyramide soll nun versucht werden, den Bauvorgang im Einzelnen zu rekonstruieren:

Bau der ersten ca 35 Steinschichten, welche inklusive der Verkleidung mittels acht Treiderrampen von drei Seiten her aufgeschichtet werden. Die Rampen, auf welchen die Lasten auf Schlitten mit Ochsgespannen geschleppt wurden, weisen eine maximale Steigung von 3-4° auf. Die mittlere Rampe von links dient auch dem Antransport für die inneren Bauten (vgl. Figur 3).



Figur 3



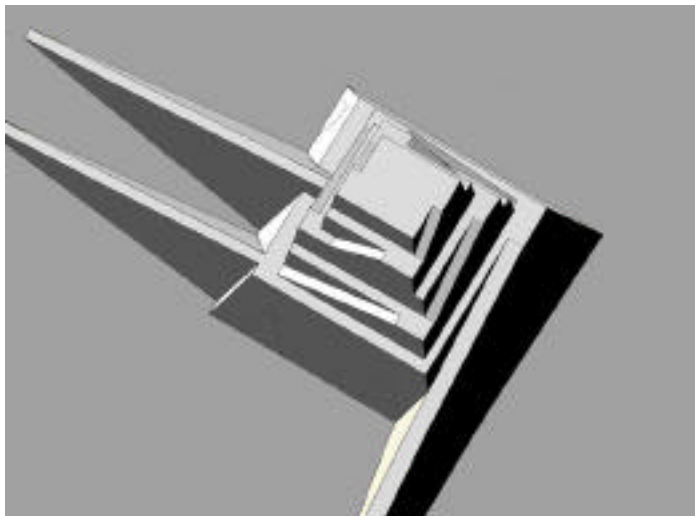
Figur 4

Die Kanten der Pyramide mussten besonders sorgfältig vermessen werden, konnten sie doch nicht, wie später angenommen, anvisiert werden.

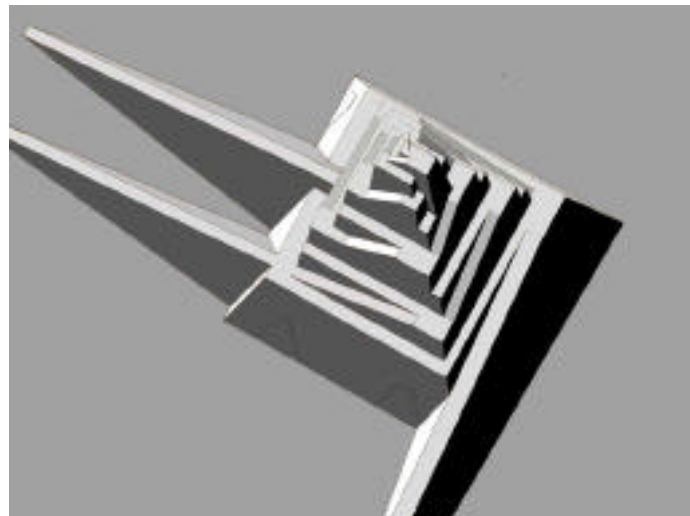
Ab der 35. Steinschicht wird eine parallel zur Pyramidenseite verlaufende Rampe, eine sog. Tangentialrampe errichtet, über welche der Massentransport mittels Schlitten und Ochsgespannen bis zur ca. 50. Schicht bewältigt wird. Die unter der Tangentialrampe liegenden Teile der senkrecht zur Pyramidenseite stehenden Rampen dienen als Widerlager und die restlichen Teile werden abgebrochen und das Material zum Bau der neuen Rampe verwendet. Ab der ca. 50. Schicht wird die Pyramide in quaderförmigen Stufen weiter gebaut. Es wird also ab dieser Höhe quasi eine innere Stufenpyramide errichtet¹⁰. Parallel zu diesen Stufen werden Rampen errichtet, vorerst als Treiderrampen mit geringen und weiter oben als Stufenrampen mit grösseren

Steigungen. Diese inneren Rampen befinden sich innerhalb des Verkleidungsprofils und müssen später nicht abgebrochen werden. Die Rampe links unter wächst mit bis zur 50. Schicht und dient dem Abwärtstransport der Treidlergespanne. Mit der mittleren Rampe von links werden die inneren Bauten bedient (vgl. Figur 4). Man war aber vor allem bemüht, den Bau so rasch wie möglich in die Höhe zu bringen.

Ab der 2. oder 3. Inneren Stufe reichen die Seitenlängen nicht mehr aus, um mit Treidlerrampen weiter zu fahren. Es werden deshalb Stufenrampen mit Steigungen von 16-26° errichtet. Auf diesen Stufenrampen werden die Lasten mittels Hebeln¹¹ heraufgewuchtet. Sowohl die integrierten Treidlerrampen, als auch die Stufenrampen können als Doppelhelix um die Pyramide geführt werden. Damit würde beim Treideln ein Abweg für die Gespanne geschaffen und beim Transport mittels Hebeln die Kapazität verdoppelt (vgl. Figur 5).



Figur 5



Figur 6

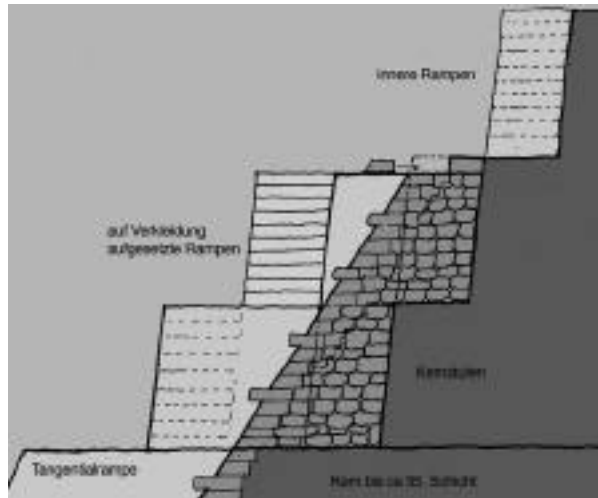
Das Plateau der obersten Stufe befindet sich auf einer Höhe von ca. 137 Meter.

Hier kann nun eine Stange aufgestellt werden, deren Spitze auch die Spitze des Pyramidions markiert. Sobald die Stange steht kann mit der Verkleidung von unten, also von der 50. Schicht her begonnen werden. Das Anvisieren der Stangenspitze erleichtert diese Arbeit ausserordentlich (vgl. Figur 6).

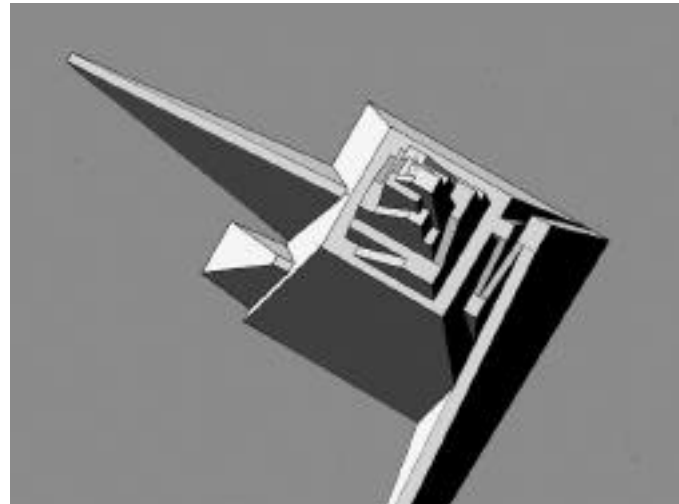
Nun wird auf die Tangentialrampe eine zick-zackförmige Rampe parallel zur Pyramidenseite aufgesetzt. Diese Rampe befindet sich vollständig ausserhalb der Verkleidung. Das Hauptgewicht ruht auf der Tangentialrampe und eine Verankerung mit der Pyramide geschieht dadurch, dass man einzelne Verkleidungssteine herausragen lässt und die Verkleidungssteine unter der Rampe unbehauen oder embossiert belässt. Die Zick-Zackrampe ist hier nur einseitig dargestellt. Es ist aber denkbar, dass sie auf zwei gegenüberliegenden Seiten angewendet wurde. Die unteren Teilstücke der Zick-Zackrampe

sind, soweit es die Rampenlänge gestattete, als Treidlerrampen ausgebildet. Weiter oben dann als Stufenrampen für den Transport mittels Hebeln. Auf den einzelnen Schichtenniveaus werden die Steine entweder von Ochsgespannen oder von Mannschaften in der Waagrechten an Ort und Stelle verschoben (vgl. Figur 7).

In einer Schicht werden zuerst die äusseren Verkleidungssteine verlegt und dann die Füllung eingebracht. Als Gleitunterlage auf den Terrassen werden Palmstämme in Abständen von einer Elle quer zur Ziehrichtung verlegt.



Figur 7

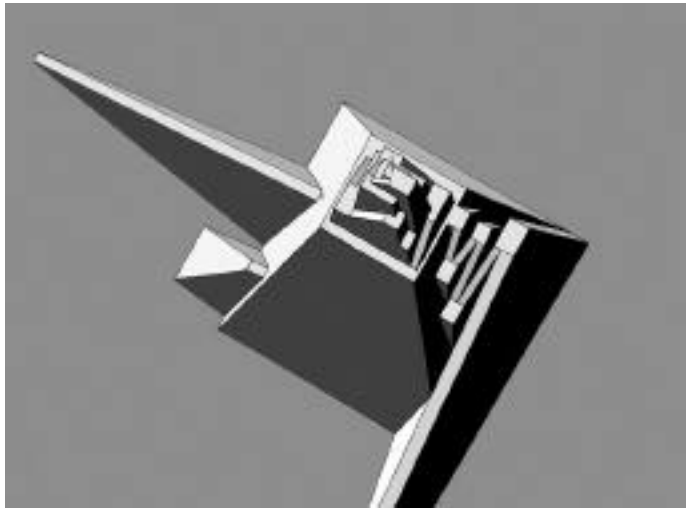


Figur 8

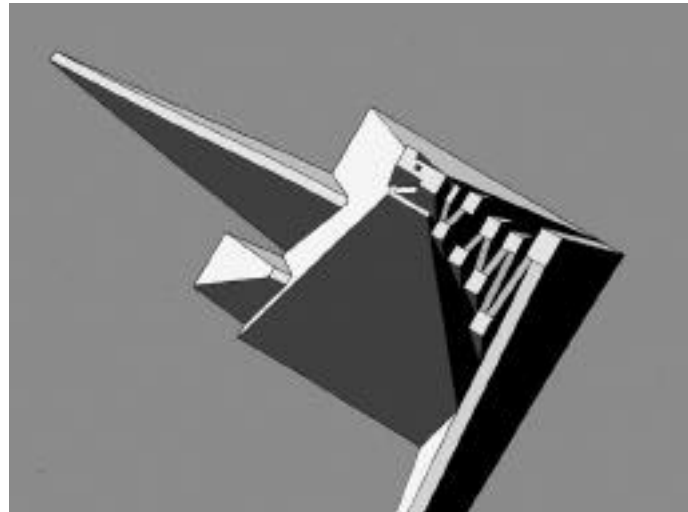
Zum Bau der Zick-Zackrampe wird das Material der nun nicht mehr benötigten Rampen verwendet. Durch diese gestaffelte Bauweise kann das Rampenmaterial auf ein Minimum beschränkt werden (vgl. Figur 8).

Die Zick-Zackrampe wächst mit der Verkleidung. Je höher man hinauf kommt, desto schwieriger werden die Platzverhältnisse, Die Stufenrampen können aus physikalischen Gründen eine Steigung von 26° nicht übersteigen und es muss aus Vermessungsgründen möglichst lange vermieden werden, die Pyramidenkanten in die Rampen einzubeziehen. Im obersten Teil lässt sich dies allerdings nicht vermeiden (vgl Figur 9).

Nun fehlen nur noch ca 35 Meter bis zum Pyramidion. Der Materialverbrauch wird immer geringer, aber die baulichen Schwierigkeiten steigern sich zu wahren Problemen. Es ist anzunehmen, dass die Pyramidenbauer diese Probleme zu meistern verstanden. Ueber das wie kann nur spekuliert werden. Die Schwierigkeiten bei der Holzbeschaffung in grösseren Mengen sind hinlänglich bekannt, so dass wohl aufwendige Holzgerüste nicht in Frage kamen. Ausserdem zeigten in der Vergangenheit diverse Eins zu Eins-Versuche, dass die Handhabung schwerer Steingewichte mittels Holzkonstruktionen zumindest damals eher problematisch war. In dieser Studie werden deshalb aus Luftziegeln gemauerte Podeste angenommen (vgl Figuren 9 und 10).



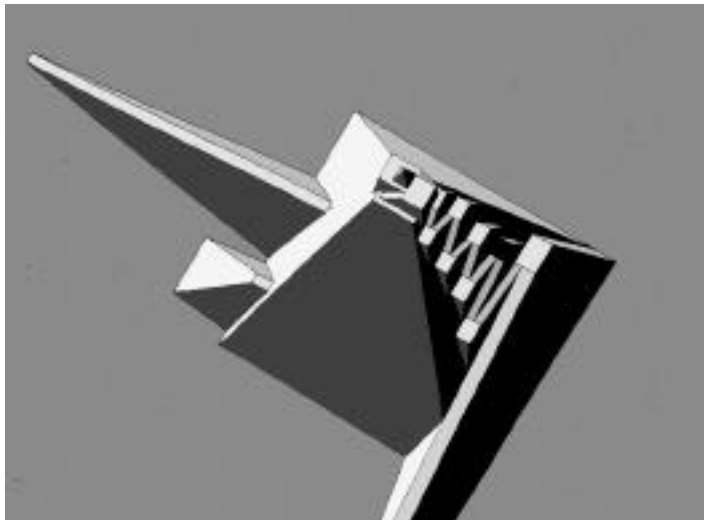
Figur 9



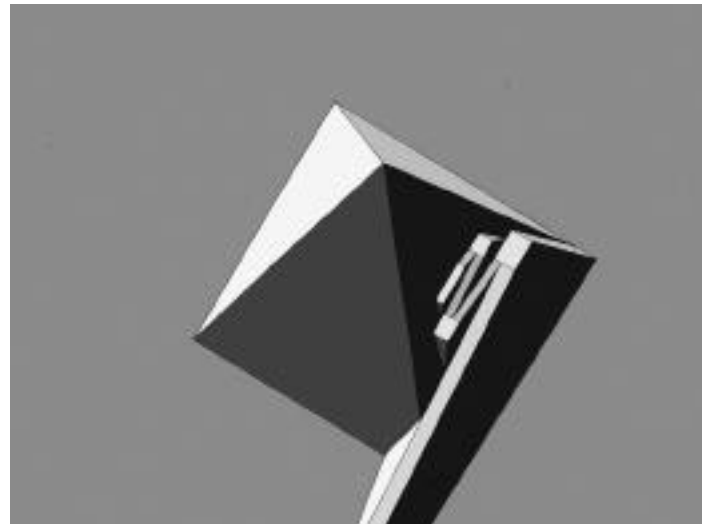
Figur 10

Endlich kann das Pyramidion aufgesetzt werden, nachdem eine ausgetüftelte Rampenkombinationen den Transport bis zur Spitze ermöglichte. Ein wichtiges Kriterium wäre das Gewicht des Pyramidions. Coyon hat postuliert, dass das Pyramidion ein Modell der ganzen Pyramide im Massstab 1: 100 darstellte. Das würde heissen, dass das Pyramidion der Cheopspyramide 1.50 Meter hoch wäre und damit ein Gewicht von ca 6 Tonnen hätte. Ein solches Gewicht in den obersten Passagen der Pyramide wäre aber nur schwer zu bewältigen. Das von Stadelmann gefundene Pyramidion der roten Pyramide bei Dashur ist bedeutend leichter, wobei allerdings zu berücksichtigen ist, dass diese Pyramide auch bedeutend kleiner ist, als diejenige des Cheops..

Nun beginnt die Phase des Abbaus der den Pyramidenmantel überragenden Rampen-und Podestteile. Die unter den Rampen und Podesten liegenden und nun freigelegten Verkleidungssteine wurden wegen der Haftung der Rampen roh belassen und einzelne Steine ragten hervor. Diese Steine mussten nun schichtweise nach unten bearbeitet, geschliffen und poliert werden. Es stellt sich hier die Frage, ob nicht die gesamte Mantelfläche von oben nach unten feinbehauen, geschliffen und poliert worden ist. Dies wäre durchaus denkbar, denn die rohen Verkleidungssteine gaben den Steinhauern genügend Halt. Die „Entblössung“ der Pyramide von Rampen und Podesten geschah also von oben nach unten und es muss ein unwahrscheinlicher Anblick gewesen sein, wie sich die Pyramide allmählich aus ihren Hilfskonstruktionen in aller Pracht herauschälte (vgl. Figur 11).



Figur 11



Figur 12

Allmählich werden nun auch die senkrecht zur Pyramidenseite stehenden Rampen und die Tangentialrampe abgebaut und immer mehr erahnt man die endgültige geometrische Form der quadratischen Pyramide (vgl. Figur 12).

-
- ¹ M. Cantor, *Geschichte der Mathematik*, 1894, Leipzig
- ² G. Goyon, „Die Cheopspyramide“, Herrsching, 1987, S. 69 ff
- ³ W.M.F. Petrie, *Pyramids and Temples of Gizeh*, 1883, London
- ⁴ W. Borchardt, „Gegen die Zahlenmystik an der grossen Pyramide bei Giseh“, 1922, Berlin, S. 9 ff.
- ⁵ G. Robins + Ch. Shute, „The Rhind Mathematical Papyrus“, London, 1900. S. 49
- ⁶ W. Borchardt, „Gegen die Zahlenmystik an der grossen Pyramide bei Giseh“, 1922, Berlin, S. 16
- ⁷ W. M. Flinders Petrie, „Pyramids and Temples of Gizeh“, 1883, London,
- ⁸ W. Borchardt, „Gegen die Zahlenmystik.....“, 1922, Berlin, Tabelle S. 17
- ⁹ R. Stadelmann, „Die ägyptischen Pyramiden“, Darmstadt, 1991, S. 222
- ¹⁰ R. Stadelmann, ebd. S. 225
- E. Graefe, „Wie haben die alten Aegypter die Pyramiden gebaut?“, <http://www.uni-muenster.de/Philologie/laek/>, 1997
- ¹¹ A. Hoehn, „Die Verwendung von Winkelhebeln beim Bau der grossen Pyramiden“, www.pyramidenbau.ch, 2002